Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра электронных вычислительных машин

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 2

Построение и исследование аналитической модели

дискретно-стохастической СМО

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Выполнили  ст. группы № 950502  Гуринович А.В.  Клишевский И.В. |  | Проверила  Герман Ю.О. |
|  |  |  |

МИНСК 2022

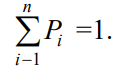
# 1. Цель работы

Изучить методы анализа поведения дискретно-стохастической системой массового обслуживания.

## 2. Краткие теоретические сведения

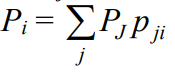
Случайный процесс, протекающий в системе, называется марковским процессом (цепь Маркова) или процессом без последействия, если для каждого момента времени ti вероятность любого последующего состояния системы зависит только от текущего состояния и не зависит от того, когда и каким путем система пришла в это состояние (т.е. от того, как развивался процесс в прошлом).

Сумма предельных вероятностей всех состояний системы равна единице:



Это так называемое нормировочное уравнение.

При моделировании систем процесс их функционирования удобно представлять в виде графа, вершинами которого являются состояния Si, а направленные дуги описывают переходы между состояниями. Если процесс является марковским и известны вероятности переходов из состояния в состояние, то вероятности состояний Pi могут быть найдены исходя из того, что вероятность любого состояния Si равна сумме произведений вероятностей состояний Sj, из которых есть переход в данное состояние на вероятности этих переходов pji , т.е



Поглощающиемарковские цепи содержат невозвратные состояния, называемые поглощающими. Из поглощающего состояния нельзя перейти ни в какое другое. На графе поглощающему состоянию соответствует вершина, из которой не выходит ни одна дуга. В установившемся режиме поглощающему состоянию соответствует вероятность равная 1.

# 3. Задание

Пусть матрица переходных вероятностей P:

Таблица 3.1 – матрица переходных вероятностей

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | S0 | S1 | S2 | S3 |
| S0 | 0.6 | 0.2 | 0.1 | 0.1 |
| S1 | 0.3 | 0.4 | 0.1 | 0.2 |
| S2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.4 |
| S3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.1 |

3.1 Найти установившиеся вероятности состояний системы: P0, P1, P2, P3.

3.2 Рассчитать вероятности состояний системы на третьем шаге (k = 3).

3.3 Рассчитать число шагов до попадания в поглощающее состояние для матрицы вероятностей переходов

Таблица 3.2 – матрица вероятностей переходов

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | S0 | S1 | S2 | S3 |
| S0 | 1.0 | 0 | 0 | 0 |
| S1 | 0.3 | 0.4 | 0.1 | 0.2 |
| S2 | 0 | 0 | 1.0 | 0 |
| S3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.1 |

# 4. Ход работы

## 4.1 Нахождение установившиеся вероятности состояний системы: P0, P1, P2, P3.

Составим систему уравнений:

P0=0,6\*P0+0,3\*P1+0,2\*P2+0,3\*P3

P1=0,2\*P0+0,4\*P1+0,2\*P2+0,3\*P3

P2=0.1\*P0+0,1\*P1+0,2\*P2+0,3\*P3

1=P0+P1+P2+P3

Посчитаем матрицу коэффициентов и столбец свободных членов:

Таблица 4.1.1 – матрица коэффициентов

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| S0 | S1 | S2 | S3 |
| -0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,3 |
| 0,2 | -0,6 | 0,2 | 0,3 |
| 0,1 | 0,1 | -0,8 | 0,3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Таблица 4.1.2 – столбец свободных членов

|  |  |
| --- | --- |
| P1 | 0 |
| P2 | 0 |
| P3 | 0 |
| 1 | 1 |

Найдём определитель матрицы (не должен быть равен нулю) и обратную матрицу:

det = –0,663

Таблица 4.1.3 – обратная матрица

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| -1,46305 | -0,03017 | 0,135747 | 0,40724 |
| 0,135747 | -1,13122 | 0,090498 | 0,271493 |
| 0,241327 | 0,211161 | -0,95023 | 0,149321 |
| 1,085973 | 0,950226 | 0,723982 | 0,171946 |

Теперь путём перемножения столбца свободных членов и полученной обратной матрицы найдём установившиеся вероятности:

Таблица 4.1.4 – установившиеся вероятности

|  |  |
| --- | --- |
| P0 | 0,40724 |
| P1 | 0,271493 |
| P2 | 0,149321 |
| P3 | 0,171946 |

# 4.2 Расчёт вероятности состояний системы на третьем шаге (k = 3).

Пусть вектор начальных состояний системы:

Таблица 4.2.1 – Вектор начальных состояний системы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| S0 | S1 | S2 | S3 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |

Тогда вероятности состояния системы на шаге k вычисляются по формуле, где Pk – k-ая степень матрицы:

R(k)= R(0)⋅Pk.

Тогда векторы вероятности системы на шагах 1, 2 и 3 будут принимать значение:

Таблица 4.2.2 – Вектора состояний системы на шагах 1, 2 и 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Шаг | S0 | S1 | S2 | S3 |
| 1 | 0,6 | 0,2 | 0,1 | 0,1 |
| 2 | 0,47 | 0,25 | 0,13 | 0,15 |
| 3 | 0,428 | 0,265 | 0,143 | 0,164 |

## 4.3 Расчёт числа шагов до попадания в поглощающее состояние для матрицы вероятностей переходов

Из таблицы 3.2 удалим все строки или столбцы в которой хотя бы один из элементов содержит единицу, так как они приведут к поглощающему состоянию. Получим матрицу Q.

Таблица 4.3.1 –Матрица Q

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | S1 | S3 |
| S1 | 0,4 | 0,2 |
| S3 | 0,3 | 0,1 |

Теперь запишем формулу среднего количества шагов в следующем виде:

T = Q \* T + I

Рассчитываем по ней:

t1 = q01 \* t0 + q03 \* t3 + 1

t3 = q31 \* t1 + q33 \* t3 + 1

Подставим:

t1 = 0,4 \* t1 + 0,2 \* t3 + 1

t3 = 0,3 \* t1 + 0,1 \* t3 + 1

Матрица Т выражается в виде формулы:

Т = (I – Q)-1.

Матрица (I - Q) высчитывается путём вычитания из диагональной единичной матрицы I, матрицы Q:

Таблица 4.3.2 – Матрица I

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

Таблица 4.3.3 – Матрица I – Q

|  |  |
| --- | --- |
| 0,6 | -0,2 |
| -0,3 | 0,9 |

Теперь найдём обратную матрицу T:

Таблица 4.3.4 – Матрица T

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | S1 | S3 |
| S1 | 1,875 | 0,416667 |
| S3 | 0,625 | 1,25 |

При переходе из состояния S1 она попадёт в поглощающие состояние за 2 (от 2,292) шага, а при переходе из состояния S3 – за 2 (от 1,875) шага.

## 5. Вывод

Изучены методы анализа поведения дискретно-стохастической СМО.